

# PRAKARTA

*Alhamdulillah rabbil'aalamin, segala puja dan puji syukur penulis panjatkan kepada Allah Yang Maha Penyayang. Tanpa karunia-Nya, mustahillah naskah buku ini terselesaikan tepat waktu mengingat tugas dan kewajiban lain yang bersamaan hadir. Penulis benar-benar merasa tertantang untuk mewujudkan naskah buku ini sebagai bagian dari prngalaman dan tugas kuliah yang di berikan dosen.*

*Buku ini ditulis berdasarkan tugas untuk memenuhi tugas progaran komputer 1 yang di bimbing oleh : Dede trie.,S.Si.,M.Pd.*

*Terselesaikannya penulisan buku ini juga tidak terlepas dari bantuan beberapa pihak. Karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada orang-orang yang telah membantu penyelesaian buku ini.*

*Oleh karena itu, penulis berharap agar pembaca berkenan menyampaikan kritikan. Dengan segala pengharapan dan keterbukaan, penulis menyampaikan rasa terima kasih dengan setulus-tulusnya. Kritik merupakan perhatian agar dapat menuju kesempurnaan. Akhir kata, penulis berharap agar buku ini dapat membawa manfaat kepada pembaca. Secara khusus, penulis berharap semoga buku ini dapat menginspirasi generasi bangsa ini agar menjadi generasi yang tanggap dan tangguh. Jadilah generasi yang bermartabat, kreatif, dan mandiri.*

## DAFTAR ISI

<b>1. PRAKARTA.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Kata-kata motivasi untuk siswa SMA.....</b>	<b>3</b>
<b>3. Tujuan Pembelajaran.....</b>	<b>4</b>
<b>4. Materi dan contoh soal.....</b>	<b>5</b>
<b>a. Relasi dan Fungsi.....</b>	<b>5</b>
<b>b. Aljabar Fungsi.....</b>	<b>15</b>
<b>c. Fungsi Komposisi.....</b>	<b>16</b>
<b>d. Fungsi Invers.....</b>	<b>23</b>
<b>5. Aplikasi Kehidupan Sehari-hari.....</b>	<b>29</b>
<b>6. Soal Latihan.....</b>	<b>30</b>
<b>7. Daftar Pustaka.....</b>	<b>31</b>
<b>8. Cara menggunakan Program Quiz Mekker.....</b>	<b>32</b>
<b>9. Biodata Kelompok.....</b>	<b>33</b>
<b>10. Deskripsi Kerja Kelompok.....</b>	<b>34</b>

## KATA\_KATA MOTIVASI

Aku bukanlah orang yang hebat,  
tapi ku mau belajar  
dari orang-orang yang hebat.  
Aku adalah orang biasa  
tapi aku ingin menjadi  
orang yang luar biasa.  
Dan aku bukanlah orang yang istimewa,  
tapi aku ingin membuat seseorang  
menjadi istimewa...

## TUJUAN PEMBELAJARAN

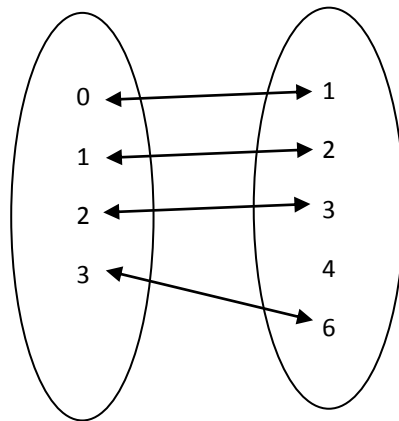
1. Peserta didik mampu menggunakan fungsi komposisi dan fungsi invers dalam memecahkan masalah.
2. Peserta didik mampu menentukan syarat dan aturan fungsi yang dikomposisikan, nilai fungsi komposisi dan pembentukannya.
3. Peserta didik mampu menentukan fungsi komposisi dari beberapa fungsi dan sifat-sifat komposisi fungsi.
4. Peserta didik juga mampu menggunakan syarat-syarat agar suatu fungsi mempunyai invers, grafik invers, dan fungsi invers dari suatu fungsi dalam memecahkan masalah.

## 1. Relasi

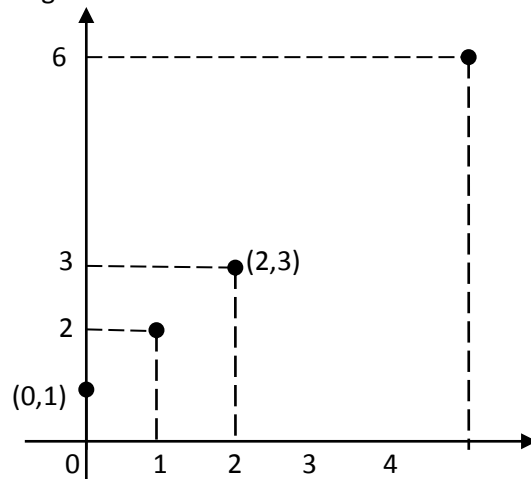
Relasi adalah suatu aturan yang memasangkan anggota himpunan satu ke himpunan lain. Suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah pemasangan atau perkawanan atau korespondensi dari anggota-anggota himpunan A ke anggota-anggota himpunan B.

Jika diketahui himpunan  $A = \{0, 1, 2, 5\}$ ;  $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ , maka relasi “satu kurangnya dari” himpunan A ke himpunan B dapat disajikan dalam diagram panah, diagram Cartesius, himpunan pasangan berurutan dan dengan rumus.

### a. Diagram Panah



### b. Diagram Cartesius



### c. Himpunan Pasangan Berurutan

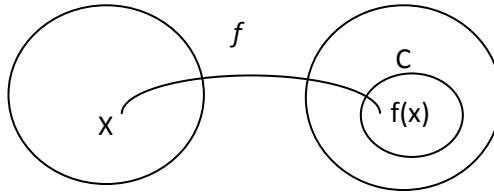
$$R = \{(0,1), (1,2), (2,3), (5,6)\}$$

### d. Dengan Rumus

$f(x)=x+1$ , dimana  $x \in \{0, 1, 2, 5\}$  dan  $f(x) \in \{1,2,3,4,6\}$

## 2. Fungsi

### a. Pengertian Fungsi



Suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B disebut fungsi dari A ke B jika setiap anggota A dipasangkan dengan tepat satu anggota B.

Jika  $f$  adalah suatu fungsi dari A ke B, maka:

- Himpunan A disebut domain (daerah asal)
- Himpunan B disebut kodomain (daerah kawan) dan himpunan anggota B yang pasangan (himpunan C) disebut range (hasil) fungsi  $f$ .

Aturan yang memasangkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B disebut aturan fungsi  $f$ .

Misal diketahui fungsi-fungsi:

$f : A \rightarrow B$       ditentukan dengan notasi  $f(x)$

$g : C \rightarrow D$       ditentukan dengan notasi  $g(x)$

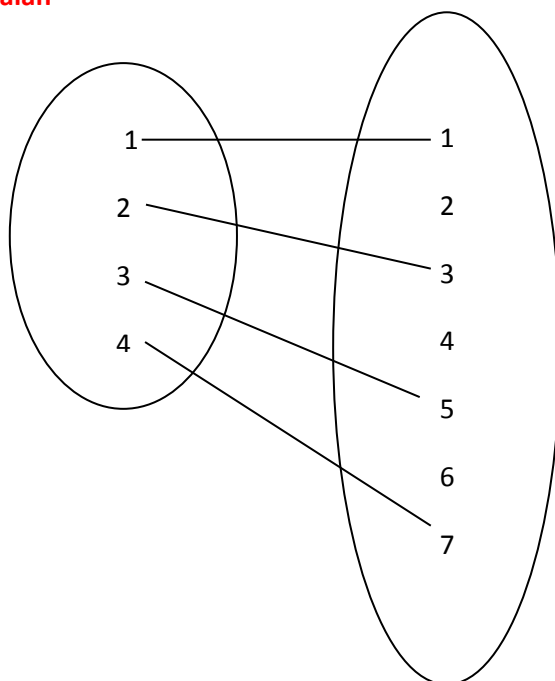
untuk lebih memahami tentang fungsi, pekarilah contoh soal berikut.

### Contoh soal

Diketahui  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  dan  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Suatu fungsi  $f: A \rightarrow B$  ditentukan oleh  $f(x) = 2x - 1$

1. Gambarlah fungsi  $f$  dengan diagram panah
2. Tentukan range fungsi  $f$
3. Gambarlah grafik fungsi  $f$

## Penyelesaian



1. Dari diagram diatas, terlihat bahwa:

$$f(x) = 2x - 1$$

$$f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

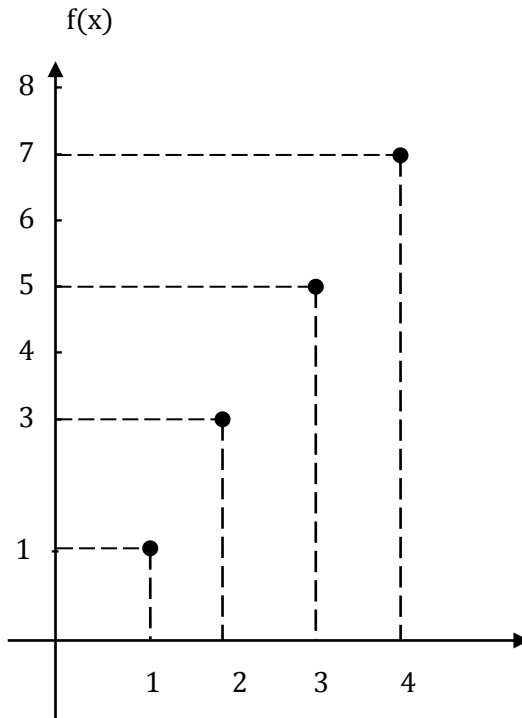
$$f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 - 1 = 7$$

Jadi, range fungsi  $f$  adalah  $\{1, 3, 5, 7\}$

2. Grafik Fungsi



b. Macam-Macam Fungsi

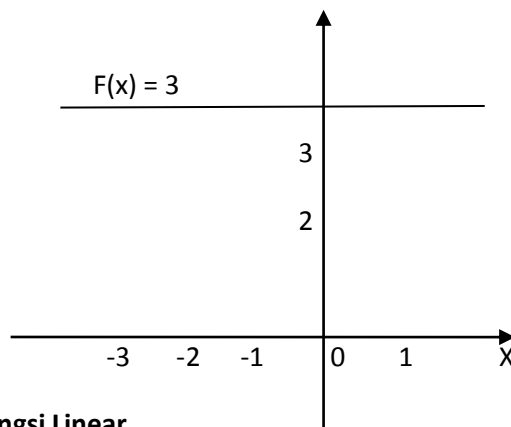
1) Fungsi Konstan (fungsi tetap)

Suatu fungsi  $f: A \rightarrow B$  ditentukan dengan rumus  $f(x)$  disebut fungsi konstan apabila untuk setiap anggota domain fungsi selalu berlaku  $f(x) = C$ , dimana  $C$  bilangan konstan. Untuk lebih jelasnya, pelajarilah contoh soal berikut ini. *Contoh soal*

Diketahui  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dengan rumus  $f(x) = 3$  dengan daerah domain:  $\{x \mid -3 \leq x < 2\}$ . Tentukan gambar grafiknya.

*Penyelesaian.*

X	-3	-2	-1	0	1
F(x)	3	3	3	3	3



2) Fungsi Linear



Suatu fungsi  $f(x)$  disebut fungsi linear apabila fungsi itu ditentukan oleh  $f(x) = ax + b$ , dimana  $a \neq 0$ ,  $a$  dan  $b$  bilangan konstan dan graiknya berupa garis lurus.

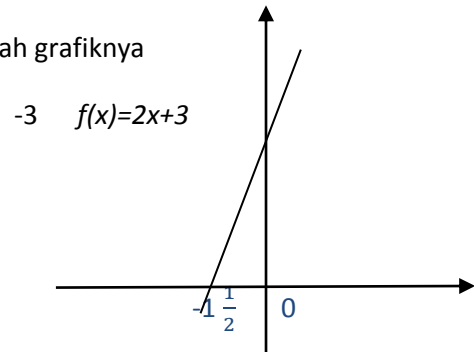
Pelajarilah contoh soal berikut ini agar kamu lebih jelas memahami fungsi linear.

**Contoh soal**

Jika diketahui  $f(x) = 2x + 3$ , gambarlah grafiknya

**Penyelesaian** grafik :

x	0	-1 1/2
F(x)	3	0



**3) Fungsi Kuadrat**

Suatu fungsi  $f(x)$  disebut fungsi kuadrat apabila fungsi itu ditentukan oleh  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , dimana  $a \neq 0$  dan  $a$ ,  $b$  dan  $c$  bilangan konstan dan grafiknya berupa parabola.

Perhatikan contoh soal berikut ini untuk lebih memahami tentang fungsi kuadrat.

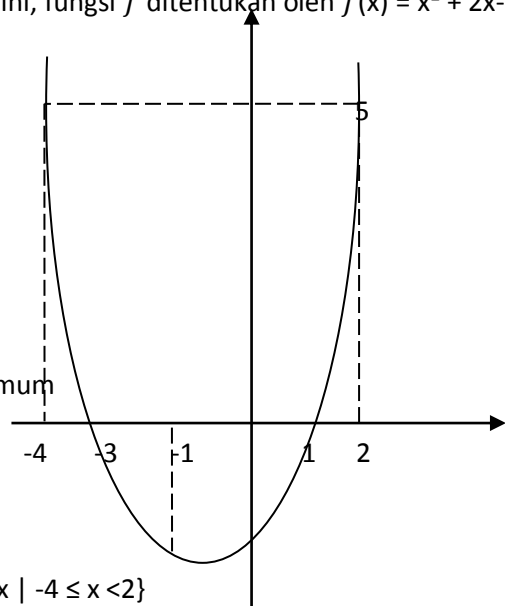
**Contoh soal**

Perhatikan gambar di bawah ini, fungsi  $f$  ditentukan oleh  $f(x) = x^2 + 2x - 3$

Y

Tentukanlah :

1. Domain fungsi  $f$
2. Nilai minimum fungsi  $f$
3. Nilai maksimum fungsi  $f$
4. Range fungsi  $f$
5. Pembuat nol fungsi  $f$
6. Koordinat titik balik minimum



**Penyelesaian**

1. Domain fungsi  $f$  adalah  $\{x \mid -4 \leq x < 2\}$
2. Nilai minimum fungsi  $f$  adalah -4
3. Nilai maksimum fungsi  $f$  adalah 5
4. Range fungsi  $f$  adalah  $\{y \mid -4 \leq y \leq 5\}$
5. Pembuat nol fungsi  $f$  adalah -3 dan 1

6. Koordinat titik balik minimum grafik fungsi  $f$  adalah  $(-1, -4)$

**INGAT!!!**

Di kelas X kamu sudah mempelajari cara membuat grafik fungsi kuadrat  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ . Caranya adalah sebagai berikut

- Menentukan titik potong dengan sumbu X  $\rightarrow y = 0$
- Menentukan titik potong dengan sumbu Y  $\rightarrow x = 0$
- Menentukan persamaan sumbu simetri  $x = -\frac{b}{2a}$
- Menentukan titik puncak  $(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a})$

#### 4) Fungsi Identitas

Suatu fungsi  $f(x)$  disebut fungsi identitas apabila setiap anggota domain fungsi berlaku  $f(x) = x$  atau setiap anggota domain fungsi dipetakan pada dirinya sendiri. Grafik fungsi identitas berupa garis lurus yang melalui titik asal dan semua titik absis maupun ordinatnya sama. Fungsi identitas ditentukan oleh  $f(x) = x$ . Agar kamu lebih memahami tentang fungsi identitas, pelajailah contoh soal berikut ini.

##### Contoh soal

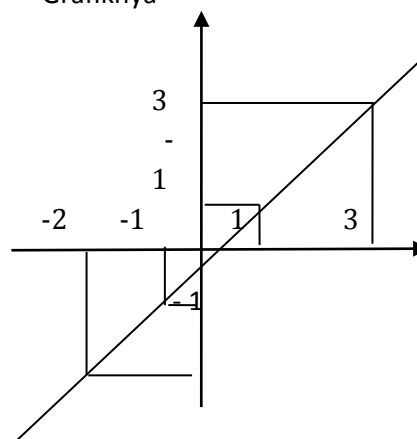
Fungsi pada R didefinisikan sebagai  $f(x) = x$  untuk setiap  $x$ .

- Carilah  $f(-2), f(0), f(1), f(3)$
- Gambarlah grafiknya

Penyelesaian

- $f(x) = x$   
 $f(-2) = -2$   
 $f(0) = 0$   
 $f(1) = 1$   
 $f(3) = 3$

Grafiknya



### 5) Fungsi Tangga (bertingkat)

Suatu fungsi  $f(x)$  disebut fungsi tangga apabila grafik fungsi  $f(x)$  berbentuk interval-interval yang sejajar. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut ini.

Contoh soal

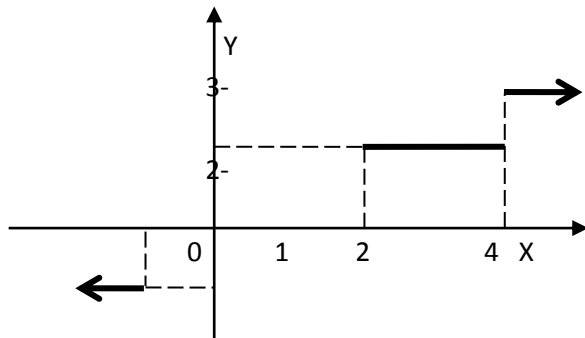
$$\text{Diketahui fungsi : } f(x) = \begin{cases} -1, & \text{jika } x < -1 \\ 0, & \text{jika } -1 < x < 2 \\ 2, & \text{jika } 2 < x < 4 \\ 3, & \text{jika } x > 4 \end{cases}$$

Tentukan interval dari :

- a.  $f(-2)$
- b.  $f(0)$
- c.  $f(3)$
- d.  $f(5)$
- e. Gambar grafiknya

Penyelesaian

- a.  $f(-2) = -1$
- b.  $f(0) = 0$
- c.  $f(3) = 2$
- d.  $f(5) = 3$



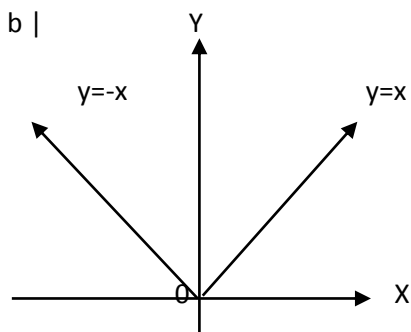
### 6) Fungsi Modulus

Suatu fungsi  $f(x)$  disebut fungsi modulus (mutlak) apabila fungsi ini memetakan setiap bilangan real pada domain fungsi ke unsur harga mutlakannya.

$$f : x \rightarrow |x| \text{ atau } f : x \rightarrow |ax + b|$$

$f(x) = |x|$  artinya :

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$



## 7) Fungsi Ganjil dan Fungsi Genap

Suatu fungsi  $f(x)$  disebut fungsi ganjil apabila berlaku  $f(-x) = -f(x)$  dan disebut fungsi genap apabila berlaku  $f(-x) = f(x)$ . Jika  $f(-x) \neq -f(x)$  maka fungsi ini tidak genap dan tidak ganjil. Untuk memahami fungsi ganjil dan genap, perhatikan contoh soal berikut ini.

### *Contoh soal*

Tentukan fungsi  $f$  dibawah ini termasuk fungsi genap, fungsi ganjil atau tidak genap dan tidak ganjil.

1.  $f(x) = 2x^3 + x$
2.  $f(x) = 3 \cos x - 5$

### *Penyelesaian*

$$\begin{aligned} 1. \quad f(x) &= 2x^3 + x \\ &= 2(-x)^3 + (-x) \\ &= -2x^3 - x \\ &= -(2x^3 + x) \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

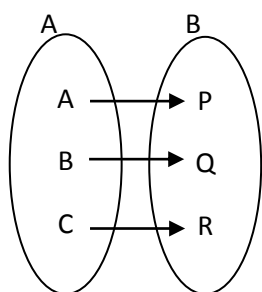
Jadi, fungsi  $f(x)$  merupakan fungsi ganjil

$$\begin{aligned} 2. \quad f(x) &= 3 \cos x - 5 \\ f(-x) &= 3 \cos (-x) - 5 \\ &= 3 \cos x - 5 \end{aligned}$$

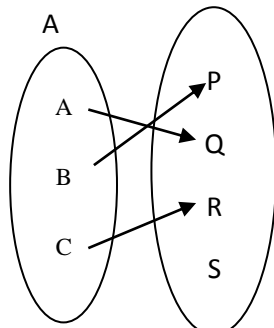
#### 4. Sifat Fungsi

##### 1) Fungsi Injektif (satu-satu)

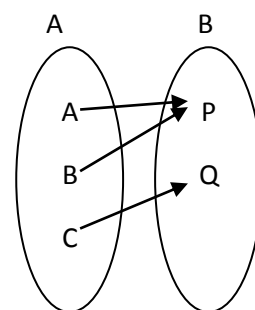
Jika fungsi  $f : A \rightarrow B$ , setiap  $b \in B$  hanya mempunyai satu kawan saja di A, maka fungsi itu disebut fungsi satu-satu atau injektif.



*Fungsi injektif*



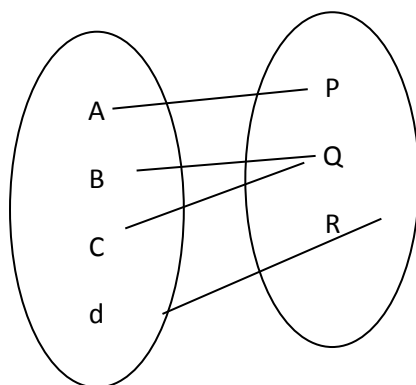
*fungsi injektif*



*fungsi injektif*

##### 2) Fungsi Surjektif (onto)

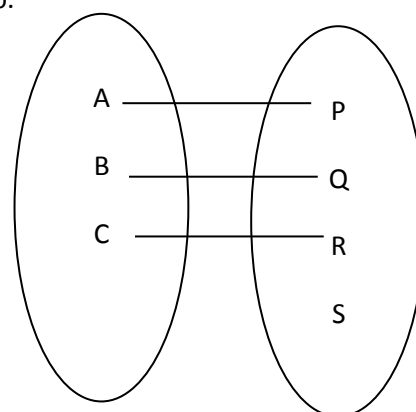
Pada fungsi  $f : A \rightarrow B$ , setiap  $b \in B$  mempunyai kawan di A, maka  $f$  disebut fungsi surjektif atau onto.



A

B

*Fungsi surjektif*



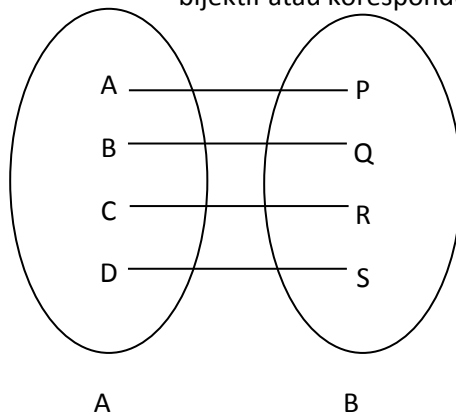
A

B

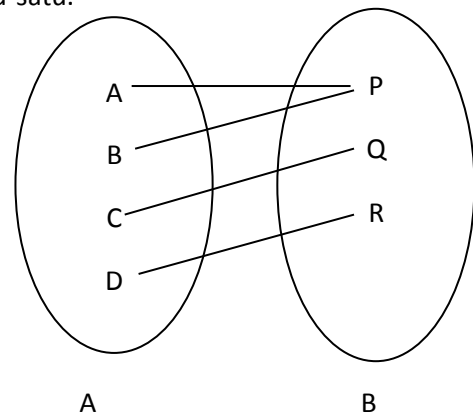
*bukan fungsi surjektif*

### 3) Fungsi bijektif (korespondensi satu-satu)

Suatu fungsi yang bersifat injektif sekaligus surjektif disebut fungsi bijektif atau korespondensi satu-satu.



Fungsi bijektif

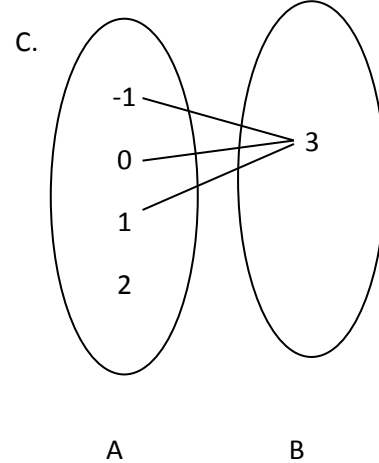
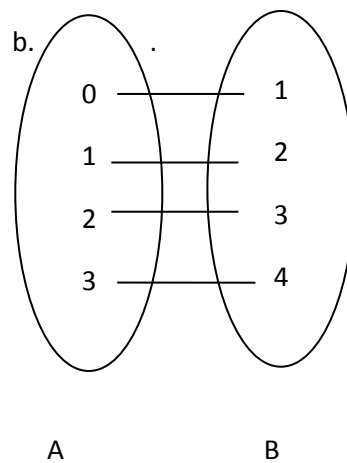
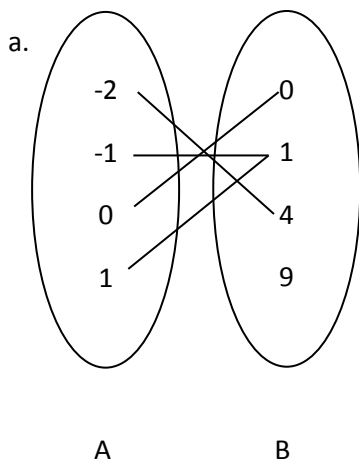


bukan fungsi bijektif

#### LATIHAN 1

Kerjakan soal-soal dibawah ini.

- Dari himpuna A dan B berikut, manakah yang merupakan fungsi? Sebutkan pula domain, kodomain dan rumusnya.



- Gambarlah grafik dari :

a.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{jika } 0 < x \leq 1 \\ 2, & \text{jika } 1 < x \leq 2 \\ 4, & \text{jika } 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

b.  $f(x) = x^2 + 2x - 3$

c.  $f(x) = |x + 2|$

3. Selidiki fungsi berikut termasuk fungsi ganjil, genap atau bukan keduanya.
- $f(x) = x^2 - 3$
  - $f(x) = 2 \sin x + \cos x$
  - $f(x) = 3x^5 - 2x^3$
4. Tentuka daerah asal dan range fungsi berikut bila  $x \in B$  dan  $B = \{x \mid -3 < x \leq 2\}$ .
- $f(x) = 2x - 1$
  - $f(x) = x^2 + 3$
  - $f(x) = 4$
  - $f(x) = |x + 1|$

## B

## Aljabar Fungsi

Bila  $f$  dan  $g$  suatu fungsi, maka pada operasi aljabar penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dapat dinyatakan sebagai berikut.

1. Penjumlahan  $f$  dan  $g$  berlaku  $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

Perhatikan contoh soal berikut ini.

Contoh soal

Diketahui  $f(x) = x + 2$  dan  $g(x) = x^2 - 4$ . Tentukan  $(f + g)(x)$ .

Penyelesaian

$$\begin{aligned}(f + g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= x + 2 + x^2 - 4 \\ &= x^2 + x - 2\end{aligned}$$

2. Pengurangan  $f$  dan  $g$  berlaku  $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

Untuk memahami sifat tersebut, pelajailah contoh soal berikut ini.

### Contoh soal

Diketahui  $f(x) = x^2 - 3x$  dan  $g(x) = 2x + 1$ . Tentukan  $(f - g)(x)$ .

### Penyelesaian

$$\begin{aligned}(f - g)(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^2 - 3x - (2x + 1) \\ &= x^2 - 3x - 2x - 1 \\ &= x^2 - 5x - 1\end{aligned}$$

3. Perkalian  $f$  dan  $g$  berlaku  $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

Perhatikan contoh soal berikut ini untuk memahami fungsi berikut.

**Contoh soal**

Diketahui  $f(x) = x - 5$  dan  $g(x) = x^2 + x$ . Tentukan  $(f \cdot g)(x)$

**Penyelesaian**

$$\begin{aligned} (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= (x - 5)(x^2 + x) \\ &= x^3 + x^2 - 5x^2 - 5x \\ &= x^3 - 4x^2 - 5x \end{aligned}$$

4. Pembagian  $f$  dan  $g$  berlaku  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

Untuk lebih jelasnya, pelajailah contoh soal berikut ini.

**Contoh soal**

Diketahui  $f(x) = x^2 - 4$  dan  $g(x) = x + 2$ . Tentukan  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ .

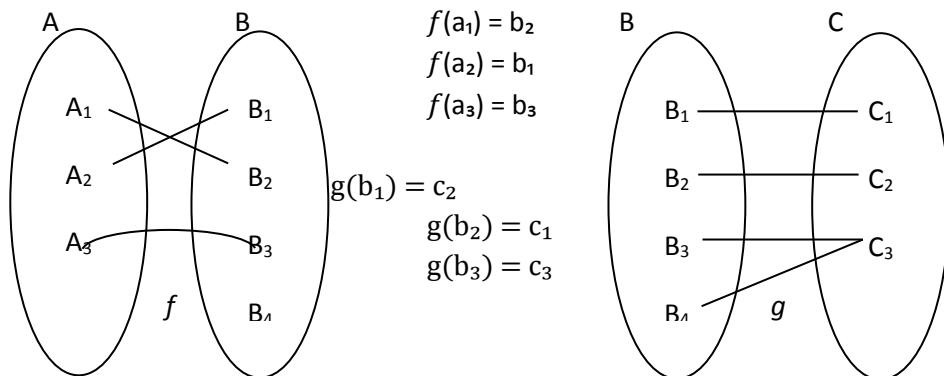
**Penyelesaian**

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\ &= \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = x - 2 \end{aligned}$$

**C Fungsi Komposisi**

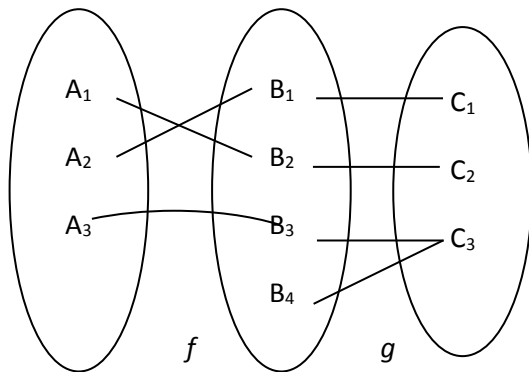
**1. Syarat dan Aturan Fungsi yang Dapat Dikomposisikan**

Jika diketahui  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ , dan  $C = \{c_1, c_2, c_3\}$ , maka fungsi  $f : A \rightarrow B$  dan  $g : B \rightarrow C$  didefinisikan seperti diagram berikut.



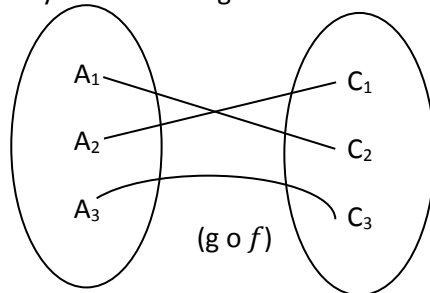


Dari kedua diagram diatas, dapat diperoleh fungsi yang memetakan langsung dari A ke C sebagai berikut.



$f(a_1) = b_2$  dan  $g(b_2) = c_2$  sehingga  $(g \circ f)(a_1) = c_2$   
 $f(b_2) = c_1$  dan  $g(b_1) = c_1$  sehingga  $(g \circ f)(a_2) = c_1$   
 dan  $g(b_3) = c_3$  sehingga  $(g \circ f)(a_3) = c_3$

Jika fungsi yang langsung memetakan A ke C itu dianggap fungsi tunggal, maka diagramnya adalah sebagai berikut.



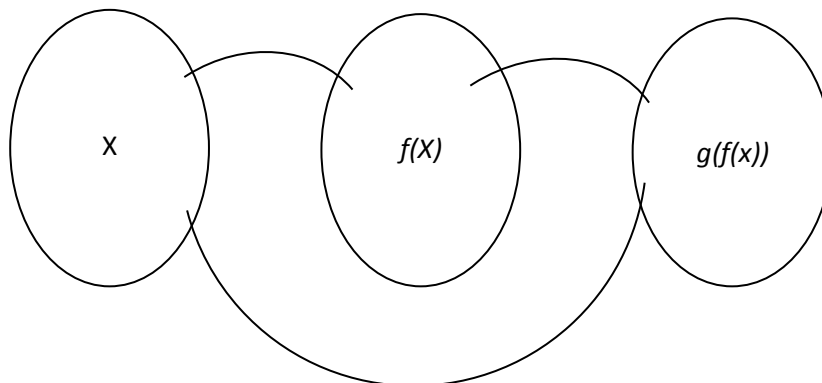
$(g \circ f)(a_1) = c_2$   
 $(g \circ f)(a_2) = c_1$   
 $(g \circ f)(a_3) = c_3$

Fungsi tunggal tersebut merupakan fungsi komposisi dan dilambangkan dengan  $g \circ f$  dibaca "fungsi g bundaran f".  $g \circ f$  adalah fungsi komposisi dengan  $f$  dikerjakan lebih dahulu daripada  $g$ .

Fungsi komposisi tersebut dapat ditulis:

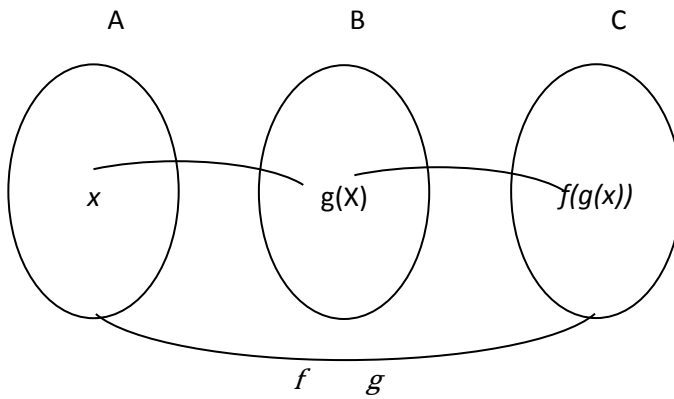
$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$



g f

Sedangkan, untuk  $f \circ g$  dibaca fungsi  $f$  bundaran  $g$ . Jadi,  $f \circ g$  adalah fungsi komposisi dengan  $g$  dikerjakan terlebih dahulu daripada  $f$ .



#### TUGAS KELOMPOK

Buatlah kelompok-kelompok dikelasmu, kemudian buktikan sifat-sifat komposisi fungsi berikut ini. Catat dan bacakan hasilnya didepan kelas.

Bila  $f$ ,  $g$  dan  $h$  suatu fungsi. Maka :

- Tidak berlaku sifat komutatif, yaitu  $f \circ g \neq g \circ f$
- Jika  $I$  fungsi identitas berlaku :  $I \circ f = f \circ I = f$
- Berlaku sifat asosiatif, yaitu :  $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$

Untuk lebih memahami tentang fungsi komposisi, pelajarilah contoh soal berikut ini.

#### Contoh soal

- Diketahui  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = x^2 + 2$ 
  - Tentukan  $(g \circ f)(x)$
  - Tentukan  $(f \circ g)(x)$
  - Apakah berlaku sifat komutatif:  $g \circ f = f \circ g$ ?

#### Penyelesaian

- $$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$
$$= g(2x - 1)$$

$$= (2x - 1)^2 + 2$$

$$= 4x^2 - 4x + 3$$

b.  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$= f(x^2 + 2)$$

$$= 2(x^2 + 2) - 1$$

$$= 4x^2 + 4 - 1$$

$$= 4x^2 + 3$$

c. Tidak berlaku sifat komutatif karena  $g \circ f \neq f \circ g$ .

2. Diketahui  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x - 3$ , dan  $h(x) = 5x$

a. Tentukan  $(f \circ (g \circ h))(x)$ .

b. Tentukan  $((f \circ g) \circ h)(x)$ .

c. Apakah  $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ , mengapa?

### Penyelesaian

a.  $(f \circ (g \circ h))(x) = \dots$

$$\text{Misal } p(x) = (g \circ h)(x)$$

$$= g(h(x))$$

$$= g(5x)$$

$$= 5x - 3$$

Soalnya menjadi

$$(f \circ (g \circ h))(x) = (f \circ p)(x)$$

$$= f(p(x))$$

$$= f(5x - 3)$$

$$= (5x - 3)^2$$

$$= 25x^2 - 30x + 9$$

b.  $((f \circ g) \circ h)(x) = \dots$

$$\begin{aligned}\text{Misal } s(x) &= (f \circ g)(x) \\ &= f(g(x)) \\ &= f(x - 3) \\ &= (x - 3)^2\end{aligned}$$

Soalnya menjadi

$$\begin{aligned}((f \circ g) \circ h)(x) &= (s \circ h)(x) \\ &= s(h(x)) \\ &= s(5x) \\ &= (5x - 3)^2 \\ &= 25x^2 - 30x + 9\end{aligned}$$

c. Ya,  $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$  sebab berlaku sifat asosiatif.

Diketahui  $f(x) = 5x - 2$  dan  $I(x) = x$ .

Buktikan  $I \circ f = f \circ I = f$

**Bukti**

$$\begin{aligned}(I \circ f)(x) &= I(f(x)) \\ &= I(5x - 2) \\ &= 5x - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(f \circ I)(x) &= f(I(x)) \\ &= f(x) \\ &= 5x - 2\end{aligned}$$

Tampak bahwa  $I \circ f = f \circ I = f$  (terbukti)

## LATIHAN 2

Kerjakan soal-soal dibawah ini.

- Diketahui  $f(x) = x^2$  dan  $g(x) = x + 4$ . Tentukan:
  - $(f + g)(-3)$
  - $(f - g)(1)$
  - $(f \cdot g)(-1)$
  - $(\frac{f}{g})(2)$
- Diketahui fungsi yang ditentukan oleh  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = 2 - x$ . Tentukan fungsi yang dinyatakan oleh  $f^2(x) + g^2(x) + (f + g)(x) + (g - f)(x)$ .
- Fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ditentukan oleh  $f(x) = 2x - 1$  dan  $g(x) = x + 3$ . Tentukan:
  - $(f \circ g)(x)$
  - $(g \circ f)(x)$
  - $(f \circ f)(x)$
  - $(g \circ g)(x)$

### 1. Nilai Fungsi Komposisi dan Komponen Pembentuknya

Untuk menjelaskan nilai fungsi komposisi terhadap komponen pembentuknya, dapat dilakukan dengan dua cara berikut ini.

- Dengan menentukan rumus komposisinya terlebih dahulu, kemudian disubstitusikan nilainya.
- Dengan mensubstitusikan secara langsung nilai pada fungsi yang akan dicari. Untuk lebih memahami, perhatikan contoh soal berikut ini.

#### Contoh soal

Diketahui dua buah fungsi yang dinyatakan dengan rumus  $f(x) = 3x - 1$  dan  $g(x) = x^2 + 4$ .

Tentukanlah nilai dari fungsi-fungsi komposisi berikut.

- $(g \circ f)(1)$
- $(f \circ g)(-2)$

#### Penyelesaian

Cara 1

$$\begin{aligned} \text{a. } (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(3x - 1) \\ &= (3x - 1)^2 + 4 \\ &= 9x^2 - 6x + 1 + 4 \\ &= 9x^2 - 6x + 5 \\ (g \circ f)(1) &= 9 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 5 \\ &= 9 - 6 + 5 = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (f \circ g)(-2) &= f(g(x)) \\ &= f(x^2 + 4) \\ &= 3(x^2 + 4) - 1 \\ &= 3x^2 + 12 - 1 \end{aligned}$$

$$= 3x^2 + 11$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(-2) &= 3(-2)^2 + 11 \\ &= 3 \cdot 4 + 11 \\ &= 12 + 11 = 2\end{aligned}$$

**Cara 2 a.**  $(g \circ f)(1) = g(f(1))$

$$\begin{aligned}&= g(3 \cdot 1 - 1) \\ &= g(2) \\ &= 2^2 + 4 = 8\end{aligned}$$

b.  $(f \circ g)(-2) = f(g(-2))$

$$\begin{aligned}&= f((-2)^2 + 4) \\ &= f(8) \\ &= 3 \cdot 8 - 1 = 23\end{aligned}$$

### LATIHAN 3

Kerjakan soal-soal di bawah ini di buku tugas.

1. Diketahui fungsi  $p$  dan  $q$  pada  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  ditulis sebagai fungsi beurutan sebagai berikut.

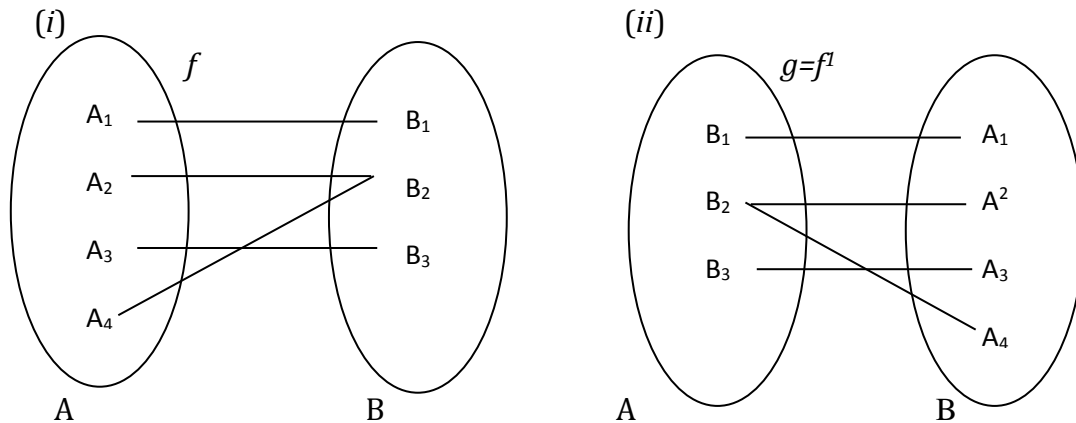
$$p = \{(2, 4), (3, 6), (4, 4), (5, 2), (6, 3)\}$$

$$q = \{(2, 5), (3, 2), (4, 2), (5, 3), (6, 4)\}$$

- a. Tentukan  $(p \circ q)(2)$ ,  $(p \circ q)(3)$ ,  $(p \circ q)(4)$ ,  $(p \circ q)(5)$ ,  $(p \circ q)(6)$ .
  - b. Tentukan  $(q \circ p)(2)$ ,  $(q \circ p)(3)$ ,  $(q \circ p)(4)$ ,  $(q \circ p)(5)$ ,  $(q \circ p)(6)$ .
  - c. Buktikan  $(p \circ q) \neq (q \circ p)(x)$
2. Diketahui  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ditentukan oleh  $f(x) = x + 1$  dan  $g(x) = 2x - 1$ . Dengan mensubstitusikan secara langsung nilai pada fungsi-fungsi berikut ini, tentukan nilai:
    - a.  $(f \circ g)(-1)$
    - b.  $(f \circ g)(3)$
    - c.  $(g \circ f)(-2)$
    - d.  $(g \circ f)(1)$
  3. Diketahui fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ditentukan oleh  $f(x) = 2x^2$  dan  $g(x) = x - 3$ . Tentukan nilai  $x$  :
    - a. Jika  $(f \circ g)(x) = 2$
    - b. Jika  $(f \circ g)(x) = 4$
    - c.  $(g \circ f)(x) = 5$
    - d.  $(g \circ f)(x) = -1$

### 1. Menjelaskan Syarat agar suatu Fungsi Mempunyai Invers

Semua himpunan yang dipetakan oleh fungsi mempunyai invers. Invers dari himpunan tersebut dapat berupa fungsi atau bukan fungsi. Perhatikanlah gambar di bawah ini.



Dari gambar (i), himpunan  $A$  yang beranggotakan  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$  dipetakan oleh fungsi  $f$  ke himpunan  $B$  yang beranggotakan  $(b_1, b_2, b_3)$  daerah hasil adalah:  $\{(a_1, b_1),$

$(a_2, b_2), (a_3, b_3), (a_4, b_4)\}$ . Pada gambar (ii) himpunan  $B$  dipetakan oleh fungsi  $g$  ke himpunan  $A$  daerah hasil adalah:  $\{(b_1, a_1), (b_2, a_2), (b_2, a_3), (b_3, a_3)\}$ . Pemetaan  $g : B \rightarrow A$

diperoleh dengan cara menukarkan atau membalik pasangan terurut  $f : A \rightarrow B$  atau  $B$  merupakan balikan dari  $f$  dinotasikan  $g = f^{-1}$ , sering disebut  $g$  merupakan invers dari  $f$ .

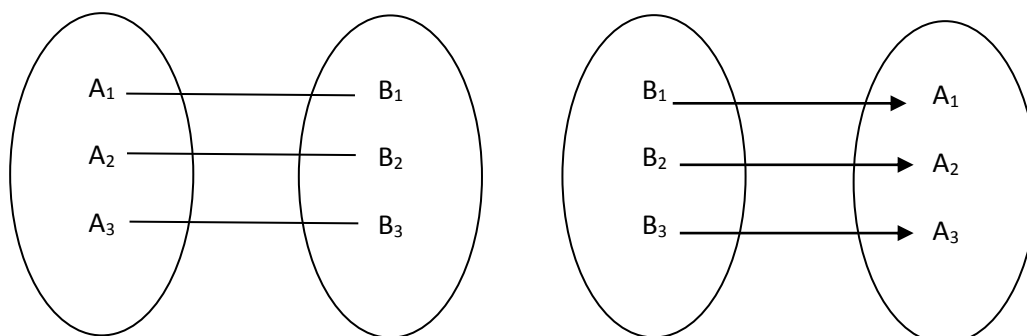
**Ingat!!!**

Jika fungsi  $f = A \rightarrow B$  dinyatakan dengan pasangan terurut  $f = \{(a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B\}$  maka invers fungsi  $f$  adalah  $f^{-1} = B \rightarrow A$  ditentukan oleh  $f^{-1} = \{(b, a) \mid b \in B, \text{ dan } a \in A\}$ .

### 2. Menentukan Aturan Fungsi Invers dari satu Fungsi

Suatu fungsi  $f$  akan mempunyai invers, yaitu  $f^{-1}$  jika dan hanya jika  $f$  bijektif atau dalam korespondensi satu-satu. Misalkan,  $f$  merupakan fungsi dari  $A$  ke  $B$ , maka  $f^{-1}$  merupakan fungsi invers  $f$  jika berlaku  $(f^{-1} \circ f)(x) = x$  dan  $(f \circ f^{-1})(x) = x$ .

Perhatikanlah gambar dibawah ini



Untuk menentukan fungsi invers dari suatu fungsi dapat dilakukan dengan cara berikut ini.

- Buatlah permisalan  $f(x) = y$  pada persamaan.
- Persamaan tersebut disesuaikan dengan  $f(x) = y$ , sehingga ditemukan fungsi dalam  $y$  dan nyatakanlah  $x = f(y)$
- Gantilah  $y$  dengan  $x$ , sehingga  $f(y) = f^{-1}(x)$ .

Untuk lebih memahami tentang fungsi invers, pelajaryliah contoh soal berikut ini.

Contoh soal

- Jika diketahui  $f(x) = \frac{x}{x+2}$ ,  $x \neq -2$ , tentukan inversnya.

Penyelesaian

Misal  $f(x) = y$ , maka soalnya menjadi:

$f(x) = \frac{x}{x+2}$	$x = \frac{-2y}{y-1}$
$y = \frac{x}{x+2}$	$f(y) = \frac{-2y}{y-1}$
$y(x+2) = x$	$f^{-1}(x) = \frac{-2x}{x-1}$
$yx + 2y = x$	
$yx - x = -2y$	
$(y-1)x = -2$	



#### LATIHAN 4

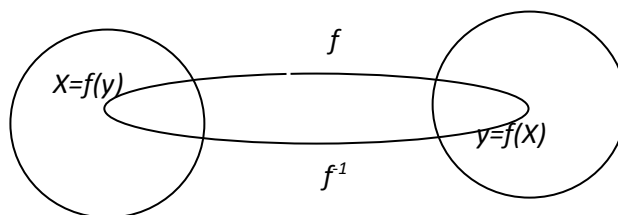
Kerjakan soal-soal dibawah ini.

1. Jika fungsi  $f$  mempunyai invers, tentukanlah rumus untuk fungsi  $f^{-1}$  dari :
  - a.  $f(x) = 3x - 2$
  - b.  $f(x) = 2x + 5$
  - c.  $f(x) = \frac{2+x}{2x-1}, x \neq -\frac{1}{2}$
  - d.  $f(x) = x^2 + 4$
2. Jika  $f$  dan  $g$  suatu fungsi yang dinyatakan oleh  $f(x) = x + 1$  dan  $g(x) = 2x - 7$ , tentukan :
  - a.  $f^{-1}(x)$
  - b.  $g^{-1}(x)$
  - c.  $(f \circ f^{-1})(x)$
  - d.  $(g^{-1} \circ g^{-1})(x)$
3. Jika  $f$  suatu fungsi yang dinyatakan oleh  $f(x) = 2x - 3$ , tentukanlah :
  - a.  $f^{-1}(x)$
  - b.  $(f \circ f^{-1})(x)$
  - c.  $(f^{-1} \circ f^{-1})(x)$

### 3. Menggambar Grafik Fungsi Invers dari Grafik Fungsi Asalnya

Untuk menggambarkan grafik  $f^{-1}$  dan  $f$ , perhatikanlah diagram disamping. Dari diagram disamping dapat diketahui jika  $y = f(x)$  maka  $x = f^{-1}(y)$ . Demikian pula, jika  $x = f^{-1}(y)$  maka  $y = f(x)$ . Dengan demikian dapat dikatakan bahwa fungsi yang memetakan A ke B bersifat bijektif dan mempunyai fungsi invers.

Fungsi-fungsi lain selain fungsi bijektif tidak memiliki fungsi invers. Jadi, hanya fungsi bijektif yang mempunyai fungsi invers. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut ini.



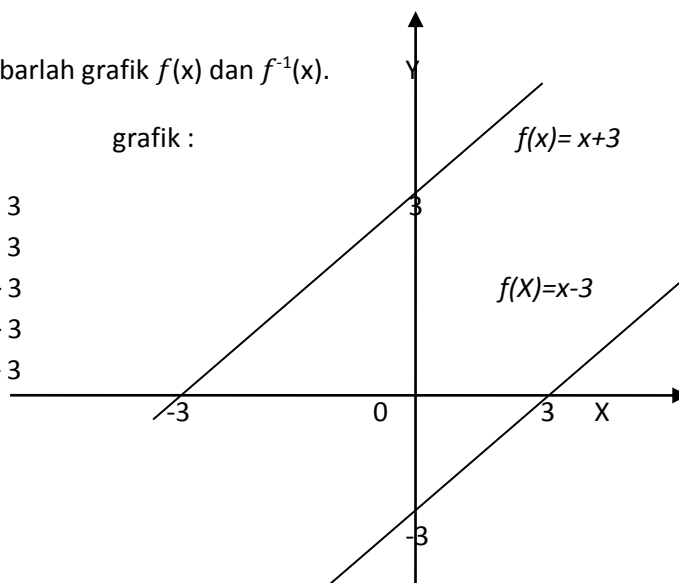
Contoh soal

Diketahui  $f(x) = x + 3$ . Gambarlah grafik  $f(x)$  dan  $f^{-1}(x)$ .

Penyelesaian

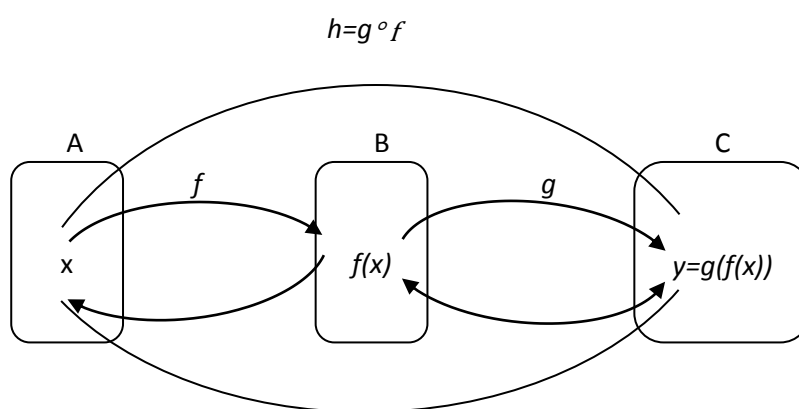
grafik :

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 3 \\ y &= x + 3 \\ x &= y - 3 \\ f(y) &= y - 3 \\ f^{-1}(x) &= x - 3 \end{aligned}$$



#### 4. Kaitan Sifat Fungsi Invers dengan Fungsi Komposisi

Jika terdapat fungsi komposisi  $(g \circ f)$ , maka  $(g \circ f)$  dapat dipandang sebagai suatu fungsi tunggal, sehingga pada fungsi tersebut dapat dicari inversnya. Perhatikan diagram berikut ini.



$$h^{-1} = (g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

Dari gambar diagram diatas  $f : A \rightarrow B$ ,  $g : B \rightarrow C$ , dengan  $f$  dan  $g$  berkorespondensi satu-satu sedemikian sehingga  $h = g \circ f$ , maka  $h^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ . Dalam hal ini  $(g \circ f)^{-1} = h^{-1}$  disebut fungsi invers dari fungsi komposisi, sehingga diperoleh sifat-sifat berikut ini.

$$(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

Pelajarilah contoh soal berikut ini agar kamu lebih memahami fungsi invers dari fungsi komposisi.

Contoh soal

1. Diketahui fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dengan ketentuan  $f(x) = 2x - 6$ ,  $g(x) = x + 3$ . Tentukanlah :

a.  $f^{-1}(x)$

b.  $(f \circ g)^{-1}(x)$

Penyelesaian

a.  $f(x) = 2x - 6$

Misal  $y = f(x)$

$$f(x) = 2x - 6$$

$$y = 2x - 6$$

$$y + 6 = 2x$$

$$x = \frac{y+6}{2}$$

$$\text{Jadi, } f^{-1}(x) = \frac{x+6}{2}$$

b.  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$= f(x + 3)$$

$$= 2(x + 3) - 6$$

$$= 2x + 6 - 6$$

$$= 2x$$

Misal  $y = (f \circ g)(x)$

$$(f \circ g)(x) = 2x$$

$$y = 2x$$

$$x = \frac{y}{2}$$

$$\text{Jadi } (f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x}{2}$$

## LATIHAN 5

Kerjakan soal-soal dibawah ini dengan benar.

1. Gambarlah grafik  $f(x)$  dan inversnya jika diketahui:
  - a.  $f(x) = 2x + 1$
  - b.  $f(x) = 2 - 3x$
  - c.  $f(x) = x - 3$
  - d.  $f(x) = 4 - x$
2. Tentukan  $f^{-1}(x)$  dari:
  - a.  $f(x) = \frac{x-1}{x+5}$
  - b.  $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$
  - c.  $f(x) = \frac{x+3}{2x-5}$
  - d.  $f(x) = \frac{3x-1}{2x+4}$
3. Tentukan  $g^{-1}(x)$  jika diketahui:
  - a.  $f(x) = 2x + 1$  dan  $(f \circ g)(x) = x + 5$
  - b.  $f(x) = 2x$  dan  $(f \circ g)(x) = x + 3$
  - c.  $f(x) = x^2 + 5$  dan  $(f \circ g)(x) = x^2 - 2x + 6$
  - d.  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$  dan  $(f \circ g)(x) = f^{-1}(x)$

## APLIKASI KEHIDUPAN SEHARI-HARI

Berikut beberapa penerapan ilmu matematika tentang komposisi fungsi dan invers dalam kehidupan sehari-hari.

1. Proses pembuatan buku diproses melalui 2 tahap yaitu tahap editorial dilanjutkan dengan tahap produksi. Pada tahap editorial, naskah diedit dan dilayout sehingga menjadi file yang siap dicetak. Kemudian, file diolah pada tahap produksi untuk mencetaknya menjadi sebuah buku. Proses pembuatan buku ini menerapkan algoritma fungsi komposisi.
2. Untuk mendaur ulang logam, awalnya pecahan logam campuran dihancurkan menjadi serpihan kecil. Drum magnetic pada mesin penghancur menyisahkan logam magnetik yang memuat unsure bes. Lalu sisa pecahan logam dikeruk dan dipisahkan, sedangkan serpihan besi dilebur menjadi baja baru. Proses pendaur ulang logam tersebut menggunakan fungsi komposisi.
3. Sebuah lempeng emas yang dapat dibentuk menjadi berbagai perhiasan juga menerapkan fungsi komposisi.
4. Di bidang ilmu yang lain fungsi komposisi dan inver juga di terapkan seperti:
  - a. Di bidang ekonomi : digunakan untuk menghitung dan memperkirakan sesuatu seperti fungsi permintaan dan penawaran.
  - b. Di bidang kimia : digunakan untuk menentukan waktu peluruhan unsur.
  - c. Di bidang geografi dan sosiologi : digunakan untuk optimasi dalam industry dan kepadatan penduduk.
  - d. Dalam ilmu fisika sering digunakan persamaan fungsi kuadrat untuk menjelaskan fenomena gerak.
5. Dengan menggunakan komposisi warna, pada mesin cetak dapat dihasilkan warna baru. Pembuatan warna tersebut menerapkan fungsi komposisi.

## Soal latihan

1. Jika  $f(x)=x^2+1$  dan  $g(x)=2x-1$  maka tentukan  $(f \circ g)(x)$ !
2. Diketahui  $f: R \Rightarrow R$  dan  $g: R \Rightarrow$  yang ditanyakan dengan  $f(x)$ : dan  $g(x): x + 1$ , komposisi  $(f \circ g)(x)$  yang benar adalah?
3. Diketahui  $f(x) = 2x + 3$  dan  $g(x) = 3 - 5x$ , maka berapakah  $(f \circ g)(x)$ ?
4. Diketahui fungsi  $f(x): 3x + 5$ , berapa fungsi inversnya?
5. Tentukan  $f \circ g$  jika diketahui  $f(x): 3x+2$  dan  $g(x):x-3$ ?

## DAFTAR PUSTAKA

- Nugroho Soedyarto.2008.*Matematika untuk SMA dan MA kelas XI program IPA*.Jakarta:Pusat Perbukuan.
- [Jagoanbelajarprimamedica.blogspot.com/2013/06/contoh-soal-dan-pembahasan-fungsi.html](http://jagoanbelajarprimamedica.blogspot.com/2013/06/contoh-soal-dan-pembahasan-fungsi.html)
- <http://oke.or.id/wp-content/plugins/downloads-manager/upload/fungsi-komposisi-soal+jawab.pdf>
- <http://gnlwibisono.blogspot.com/2013/05/soal-dan-pembahasan-fungsi-komposisi.html>
- <https://www.google.com/search?q=motivasi+kata-kata+bijak&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=H2pgUovkA46YrgfNpYAw&ved=0CD0QsAQ&>
- [Teknik Menyusun Prakata yang Menarik](#)

## CARA MEMBUKA QUIZ MAKKER

1. Belilah modul “Fungsi Relasi dan Komposisi Invers” matematika ini terlebih dahulu.
2. Setelah membeli modul, ambil CD yang terdapat pada modul ini.
3. Keluarkan CD dari kotaknya.
4. Nyalakan laptop atau komputer.
5. Masukkan CD ke laptop atau komputer.
6. Klik menu Windows Explorer.
7. Klik file yang terdapat di CD.
8. Masukkan password : “DESYHUSNUL” supaya bisa menjalankan Quiz Makker ini.
9. Klik start untuk memulai Quiz Makker ini.
10. Ikuti petunjuk yang tertera di Quiz Makker untuk menjawab pertanyaan yang telah disajikan.
11. Jawablah semua pertanyaan yang disajikan.
12. Setelah semua pertanyaan dijawab, klik “submit” untuk mengetahui skor yang Anda dapatkan.
13. Klik “review feedback” untuk melihat jawaban yang benar.
14. SELAMAT MENCoba 😊



## BIODATA PEMBUATAN BUKU



NAMA : Husnul Nur Baiyti  
KELAS : 2J  
ALAMAT : JLN.SILIWANGI  
Gg.SEKHMAGELUNG 3 NO.2 KOTA  
CIREBON  
NO.HP : 087729117811  
Penyunting : Editor dan Penyusun  
Moto Hidup : Hari ini harus lebih baik dari hari  
kemarin



NAMA : DESY ANNURWIDYAWATI  
KELAS : 2J  
ALAMAT : Jln. Pangeran Walangsungsang No.  
21 Ds. Jatiseengkidul Kec. Ciledug Kab.  
Cirebon  
No.hp : 08997370670  
Penyunting : Pengetik dan Penyusun  
Moto hidup : Kaki adalah simbol utama dari  
perjalanan

## Deskripsi Kerja Kelompok

***kamis,26 september 2013***

*Saya dan teman saya desi annur kita mendapatkan tugas membuat modul buku yang berupa tentang materi matematika disini kita di berikan tugas oleh dosen pembimbing kita yaitu dosen program komputer 1 dimana disini kita diberika tugas kelompok untuk memenuhi nilai UTS kami.*

***Jumat,4 Oktober 2013***

*Kami berdua pada hari ini mencari materi bersama untuk mengerjakan tugas model tersebut,dan materi yang kita berdua ambil disini adalah materi kelas XI SMA dimana materinya tentang fungsi relasi dan komposisi invers. Di hari ini juga akami langsung membagi tuga siapa yang mengetik siapa yang mengedit dan untuk membuat quiss maker kita mengerjakan bersama-sama.*

***Senin,7-18 Oktober 2013***

*Di hari ini dan hari hari sebelumnya, kami melihat hasil pemeriksaan pangetikan yang sudah kami bagi tugasnya dan tugas quiss maker yang sudah kita ketik,dan kita edit modul ini sebaik mungkin agar tampilannya menarik.*

***Sabtu,19 Oktober 2013***

*Alhamdulillah kami berdua pada hari ini telah menyelesaikan tugas prokom yang akan diberikan tugasnya pada tgl,24 Oktober 2013 pada saat UTS*